

Quesito 4.

Un individuo possiede un immobile che rende ogni mese 450 Euro e gli costa, mediamente, 450 euro (posticipate annue) ogni anno per spese di manutenzione; sia i canoni che le spese si rivalutano annualmente per inflazione.

L'individuo vorrebbe vendere l'immobile e chiede ad un esperto di matematica finanziaria di calcolarne il valore nell'ipotesi che egli possa percepire i canoni di affitto per altri 40 anni.

L'esperto calcola il valore ipotizzando un'inflazione del 2% annuo ed un tasso di attualizzazione del 5,5%.

Quale valore comunica l'esperto all'individuo?

Risoluzione.

Posto $i = 2\%$, il tasso mensile equivalente è

$$i_{1/12} = (1 + i)^{1/12} - 1 = 0,00165.$$

Il reddito netto dopo un anno è

$$V(1) = 450 \cdot s_{\overline{12}|i_{1/12}} - 450 = 4.999,32.$$

Tenendo conto dell'inflazione, il reddito netto all'anno generico n (con $1 \leq n \leq 40$) è dato da:

$$V(n) = V(1) \cdot (1 + i)^{n-1}$$

il cui valore attuale al tasso $j = 5,5\%$ è

$$\begin{aligned} V_a(n) &= V(n) \cdot (1 + j)^{-n} = V(1) \cdot (1 + i)^{n-1} \cdot (1 + j)^{-n} = \\ &= \frac{V(1)}{1 + i} \cdot (1 + i)^n \cdot (1 + j)^{-n} = \frac{V(1)}{1 + i} \cdot \left(\frac{1 + i}{1 + j} \right)^n \end{aligned}$$

Il valore finale è dato da:

$$V = \sum_{n=1}^{40} V_a(n) = \frac{V(1)}{1 + i} \cdot \sum_{n=1}^{40} \left(\frac{1 + i}{1 + j} \right)^n.$$

Ricordiamo la formula per la somma di una serie geometrica di ragione R :

$$\sum_{k=m}^n R^k = \frac{R^m - R^{n+1}}{1 - R}.$$

Nel nostro caso, posto $R = \frac{1+i}{1+j}$, avremo

$$V = \frac{V(1)}{1+i} \cdot \frac{R - R^{41}}{1-R} = 105.790,92.$$

Procedimento alternativo 1.

Consideriamo una rendita in progressione geometrica di prima rata $R = 4.999,32$ e ragione $q = 1+i$; $n = 40$; $v = (1+j)^{-1}$.

Il suo valore attuale è pari a

$$A = R \cdot v \cdot \frac{1 - (q \cdot v)^{40}}{1 - q \cdot v} = 105.790,92.$$

Procedimento alternativo 2.

Consideriamo un importo generico C capitalizzato per un anno al tasso i e successivamente attualizzato al tasso j (con $j > i$). Il tasso equivalente i^* deve soddisfare la relazione:

$$\frac{C \cdot (1+i)}{1+j} = \frac{C}{1+i^*} \Rightarrow i^* = \frac{j-i}{1+i}$$

Nel nostro caso avremo $i^* = 0,0343137$.

Si ottiene perciò:

$$V = V1 \cdot a_{\overline{40}|k} \cdot (1+i)^{-1} = 105.790,92.$$